

5.th Danube European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering; ĆSSR - Bratislava 5 - 7 September 1977

Prof. M.V.Malyshv, Dr.Sc.*

РАСЧЕТ ОСАДОК ФУНДАМЕНТОВ ЗА ПРЕДЕЛОМ ЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ
МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

FOUNDATION SETTLEMENT CALCULATIONS BEYOND THE LINEAR STRESS-
STRAIN RELATIONSHIP

Summary

The paper deals with a method of calculating settlements based on a nonlinear stress-strain relationship. Essentially, the method consists in reducing three-dimensional and plane problems of the nonlinear theory of elasticity to a one-dimensional problem by making use of the concept of an equivalent-settlement layer. In the deformation process of an equivalent layer, limited lateral deformations can be assumed which develop according to a quite definite relationship proposed in the present paper. When the bearing capacity in the equivalent layer exhausted, a limiting stressed state is reached in this layer. The method is proposed for assessment because it somewhat exaggerates the actual settlements, but does not in any case underestimate them, thereby providing a margin of safety. An example of such calculation is given.

Recommendations are set forth for determining soil deformability data in triaxial apparatus required for calculations by the proposed method.

*Department of Soil Mechanics and Foundations, Moscow Civil Engineering Institute (MISI), Moscow M-II4, Shlusovaja Naberezhnaja 9. USSR.

В практике расчёта осадок фундаментов наиболее часто используются решения теории линейно-деформируемой среды - теории упругости. В теории линейно-деформируемой среды /ЦЫТОВИЧ, 1963/ применяются решения задач, полученные в классической теории упругости тел, подчиняющихся закону Гука. Однако при этом делаются оговорки о том, что зоны с предельным состоянием должны отсутствовать вовсе или быть настолько малыми по своим размерам, что их влияние не должно сказываться на изменении напряжённого состояния массива по сравнению с чисто упругим, и что процесс разгрузки должен рассматриваться особо.

В общем случае для вычисления величин осадок следует рассматривать пространственную задачу для столбчатых фундаментов и плоскую для ленточных фундаментов. Решения таких задач получить достаточно трудно, хотя затруднений в этой части стало меньше в связи с применением компьютеров и возможностью проведения вычислений для каждого конкретного случая. Но, несмотря на это, к решению задач в нелинейной постановке мы практически только приступаем - пока имеются лишь отдельные решения /ШИРОКОВ и др., 1970; ФЕДОРОВСКИЙ и др., 1975/ и сделать обобщающие выводы ещё сложно. Однако можно указать на то, что осадка в случае нелинейных зависимостей между напряжениями и деформациями формируется более концентрированно по сравнению с линейным решением в верхней части основания, непосредственно под фундаментом. В случае, рассмотренном ШИРОКОВЫМ и др./1970/, в зоне, распространяющейся на глубину, равную полутора диаметрам круглого фундамента формировалось 94 % общей осадки и только 6 % её падало на нижерасположенную толщу, в то время как при расчёте по линейным зависимостям на верхнюю толщу той же высоты приходилось 70 % общей осадки.

Ниже описывается практический метод расчёта осадок с учётом нелинейных зависимостей между напряжениями и деформациями, который следует считать оценочным, дающим величину осадки с некоторым её преувеличением по сравнению с решением, которое мы получили бы в точной постановке. Однако такой способ расчёта осадки, который

предлагается здесь, полезен для практических целей, так как при этом расширяется предел тех давлений, которые мы можем допустить под фундаментом. Следует отметить, что приближённые способы учёта нелинейности зависимости осадки от нагрузки предлагались и ранее /БЕРЕЗАНЦЕВ, 1970/.

Начнём с рассмотрения известной задачи об осадке фундамента прямоугольной формы на основании в виде упругого полупространства, то-есть обратимся к решению Шлейхера /ЦЫТОВИЧ, 1963/. Это решение имеет достаточно простой вид и содержит коэффициент ω , являющийся функцией формы загруженной площадки и жёсткости штампа.

Области пластических деформаций возникают под краями фундамента при сравнительно небольших нагрузках. Хорошо известно решение Пузыревского-Герсеванова-Фрелиха /ЦЫТОВИЧ, 1963/ для краевой критической нагрузки. Полученная ими формула выведена в предположении, что нагрузка распределена в пределах загруженного участка равномерно и коэффициент бокового давления грунта в условиях его естественного залегания, то-есть отношение напряжений бокового к вертикальному в массиве грунта, равен единице, а именно $\zeta_0 = 1$.

Как показали дальнейшие исследования /МАЛЫШЕВ, 1975/, при коэффициенте бокового давления в условиях естественного залегания $\zeta_0 < 1$, а также и при $\zeta_0 > 1$ краевая критическая нагрузка P' уменьшается по сравнению со случаем, когда $\zeta_0 = 1$. Она выражается особо простой формулой, если сопротивление грунта сдвигу вызывается только сцеплением, а трение отсутствует. В этом случае

$$P' = \pi \left[c - \frac{P_0^2}{4c} (1 - \zeta_0)^2 \right]; \quad \zeta_0 = q_0 / P_0 \quad /I/$$

где c - удельное сцепление, P_0 - пригрузка /Рис. I/. В том случае, когда грунт основания обладает и трением и сцеплением, определение P' усложняется и производится с помощью формул и графиков, приведенных в статье МАЛЫШЕВА /1975/. Лишь в частном случае при $\zeta_0 = 1$ из /I/ и рекомендованного

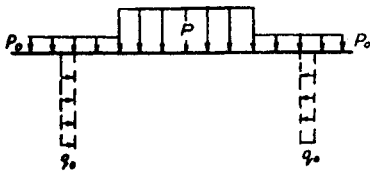


Рис. I

МАЛЫШЕВЫМ /1975/ способа расчёта мы путём предельного перехода получаем известную формулу

$$p' = \frac{\pi (P_0 + c \cdot \cot \varphi)}{\cot \varphi - \pi/2 + \varphi} \quad /2/$$

Вводя широко практикуемые в механике грунтов допущения о возможности использования аппарата теории упругости для определения напряжений и деформаций, осадку в пределах изменения нагрузки от нуля до P' можно получить из решения теории упругости для однородного полупространства, воспользовавшись формулой Шлейхера

$$S = \frac{\omega p b (1 - \mu_0^2)}{E_0} \quad /3/$$

где ω - отмечавшийся выше коэффициент формы, b - ширина /наименьший размер/ фундамента, P - удельная нагрузка на фундамент, причём $0 \leq P \leq P'$, E_0 - модуль деформации грунта и μ_0 - его коэффициент Пуассона. Формула /3/ пригодна, очевидно, для фундаментов не слишком большой ширины, а для широких фундаментов нужно было бы учитывать увеличение модуля деформации грунта с глубиной.

Обозначим осадку, подсчитанную для случая, когда $P = P'$, через S' , то-есть

$$S' = \frac{\omega p' b (1 - \mu_0^2)}{E_0} \quad /4/$$

Второй критической нагрузкой P'' является нагрузка, соответствующая исчерпанию основанием его несущей способности. Она может быть определена по формуле Прандтля и в соответствии с таблицей, рассчитанной СОКОЛОВСКИМ /1960/, а также предложением МАЛЫШЕВА /1961/, позволяющим воспользоваться решением теории предельного равновесия сыпучей среды для одностороннего выпирания применительно к случаю двухстороннего выпирания грунта из-под фундамента. При определении P'' следует иметь в виду рекомендации, касающиеся назначения расчётных величин угла внутреннего трения φ и удельного сцепления c /МАЛЫШЕВ и др., 1968/.

Предельная нагрузка P'' по Прандтлю-Соколовскому равна

$$P'' = N_\gamma \cdot p_0 + N_c \cdot c + N_b \cdot \gamma b \quad /5/$$

$$N_{\gamma} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} e^{\pi \cdot \tan \varphi} ; \quad N_c = (N_{\gamma} - 1) \cdot \cot \varphi$$

N_{γ} - определяется из Таблицы в зависимости от φ , P_0 - пригрузка, γ - объёмный вес грунта основания, b - ширина фундамента. В запас мы пренебрегаем здесь существованием уплотнённого ядра, которое обычно наблюдается экспериментаторами, проводящими опыты с жёсткими штампами.

Таблица

φ°	0	5	10	15	20	25	30	35	40
N_{γ}	0	0,04	0,14	0,35	0,79	1,73	3,80	8,8	21,6

Очевидно, что осадка для случая, когда на основание действует нагрузка P'' будет большой, так как по исчерпанию несущей способности фундамент полностью проваливается в основание. Можно считать в математическом выводе, что осадка в этом случае равна бесконечности. Таким образом, на кривой зависимости осадки S от нагрузки P /Рис.2/ мы имеем точное решение задачи на участке 0-I и положение асимптоты кривой II. Для того, чтобы получить уравнение кривой на участке I-II, следовало бы решить задачу с применением нелинейной теории упругости.

Для построения кривой $S(P)$ на участке I-II воспользуемся инженерным способом. Н.А.ЦЫТОВИЧЕМ /1963/ был предложен метод эквивалентного слоя. Идея предложения заключалась в том, что определялась толщина такого слоя, находящегося в условиях невозможности бокового расширения и имеющего неограниченную ширину, осадка которого при той же величине внешнего давления P была бы равна осадке поверхности полупространства, нагруженного по прямоугольной площадке такой же нагрузкой P .

Характеристики деформируемости

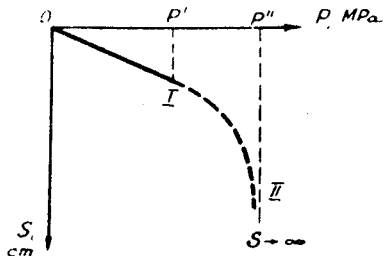


Рис. 2

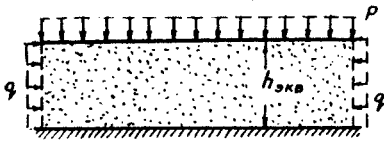


Рис.3

грунта в том и другом случаях считались одинаковыми.

Таким образом, условия невозможности бокового расширения грунта приводили к известной связи между боковым q и вертикальным P давлениями /Рис.3/.

$$q = \frac{\mu_0}{1 - \mu_0} P = \zeta_{упр} \cdot P \quad /6/$$

Для построения расчётной схемы в интересующем нас случае воспользуемся следующими предположениями: 1/при нагрузке $P \leq P'$ справедлива зависимость /6/ и выполняется условие невозможности бокового расширения; 2/при $P > P'$ коэффициент бокового давления ζ , под которым здесь понимается отношение q/P равен

$$\zeta = \frac{q}{P} = \frac{q' + \Delta q}{P' + \Delta P} \quad /7/$$

В предельном состоянии будем иметь

$$\zeta_{пред} = \frac{q''}{P''}$$

Поскольку в предельном состоянии будет выполняться условие предельного равновесия, то, используя условие прочности Кулона-Мора, получим

$$q'' = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} P'' - \frac{2c \cdot \cot \varphi}{1 + \sin \varphi} \quad /9/$$

Считая $\zeta = q/P$ на втором участке, изменяющемся от $\zeta_{упр}$ до $\zeta_{пред}$ по линейному закону в зависимости от P , получим /Рис.4/ зависимость, которая при $P = P'$ даёт $\zeta = \zeta_{упр}$, а при $P = P''$ даёт $\zeta = \zeta_{пред}$

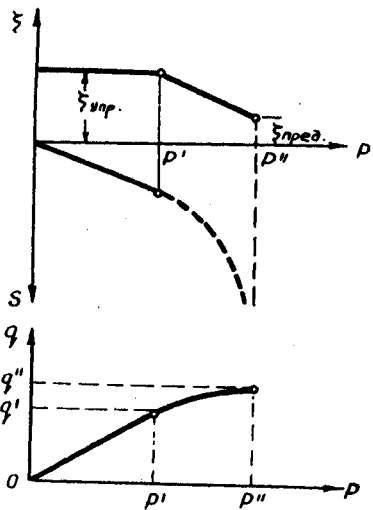


Рис.4

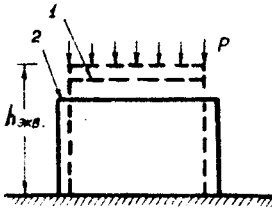


Рис. 5

1 - сжатие при $P \leq P'$ без возможности бокового расширения;

2 - сжатие при $P' \leq P \leq P''$ с возможностью бокового расширения по определённому закону до достижения предельного состояния.

$ds = s'$ и воспользовавшись зависимостью /4/, найдём зависимость полученную ранее /ЦЫТОВИЧ, 1963/

$$\xi = \frac{q}{p} = \frac{\xi_{\text{прег}} + \xi_{\text{упр}}}{2} - \frac{\xi_{\text{упр}} - \xi_{\text{прег}}}{2} \cdot \frac{2p - (p'' + p')}{p'' - p'} \quad /10/$$

Обратимся к зависимости Гука, считая, что сжатие в вертикальном направлении происходит вдоль оси Z, а вдоль осей X и Y рассматриваемый нами цилиндр расширяется /Рис.5/. Приращение осадки поверхности цилиндра равно

$$ds = \frac{h_{\text{эжв}} \cdot dp}{E(p)} \cdot \left[1 - 2\mu_0 \frac{dq}{dp} \right] \quad /11/$$

На участке 0-1 /Рис.2/ $\xi = \xi_{\text{упр}}$ и мы имеем зависимость /6/, причём $E = E_0 = \text{const}$. Отсюда, полагая $dp = p'$ и

$$h_{\text{эжв}} = \frac{(1 - \mu_0)^2}{1 - 2\mu_0} \omega b \quad /12/$$

В качестве предположения допустим, что $h_{\text{эжв}}$ и в дальнейшем не меняет своей величины вплоть до наступления предельного состояния. Однако, если величина $h_{\text{эжв}}$ при этом уменьшалась бы, то осадка фактически была бы менее, чем в предположении неизменности $h_{\text{эжв}}$.

Анализируя зависимость /11/, находим, что уменьшению μ_0 соответствует увеличение приращения осадки. В действительности же, с приближением к предельному состоянию величина боковых деформаций увеличивается, следовательно μ_0 растёт. Поскольку мы ищем нижнюю оценочную границу, то предположение $\mu = \mu_0 = \text{const}$ в формуле /11/ приводит к тому, что мы несколько завысили осадку по сравнению с фактической. Из зависимости /10/ получаем, что

$$\frac{dq}{dp} = \xi_{\text{упр}} - 2(\xi_{\text{упр}} - \xi_{\text{прег}}) \cdot \frac{p''(p - p')}{(p'' - p')^2} \quad /13/$$

Далее для вычисления осадки S воспользуемся следующей форму-

лой, полученной с учётом зависимостей /II/ и /I3/

$$S = h_{экв} \left\{ \int_{p'}^p \left[1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0} + 4\mu_0 \left(\frac{\mu_0}{1-\mu_0} - \sum_{прег} \right) \frac{p'' \cdot (p-p')}{(p''-p')^2} \right] \frac{dp}{E(p)} + \frac{p'}{E_0} \left(1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0} \right) \right\} \quad /I4/$$

где $h_{экв}$ определяется по формуле /I2/. Отношение $S / S_{лин}$, где $S_{лин}$ - осадка, вычисленная в предположении линейной зависимости между напряжениями и деформациями, равна

$$\frac{S}{S_{лин}} = K = \frac{\int_{p'}^p \left[1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0} + 4\mu_0 \left(\frac{\mu_0}{1-\mu_0} - \sum_{прег} \right) \frac{p'' \cdot (p-p')}{(p''-p')^2} \right] dp}{1 - \frac{2\mu_0^2}{1-\mu_0}} \cdot \frac{E_0}{p} + \frac{p'}{p} \quad /I5/$$

а вычисленная осадка, следовательно, будет

$$S = K \cdot S_{лин} \quad /I6/$$

Необходимо дополнительно рассмотреть вопрос о вычислении модуля деформации E как функции давления P . Для того, чтобы получить такие данные, необходимо воспользоваться трёхосным прибором, позволяющим производить опыт как в условиях невозможности бокового расширения, так и в условиях ограниченного бокового расширения по задаваемому закону, например прибора конструкции Е.И.Медкова /ЦЫГОВИЧ, 1963/. Определение $\bar{E}(p)$ ведётся следующим образом:

1/ сначала обычным способом определяются величины ν и C грунта основания; 2/ по формуле /2/ вычисляется P' ; 3/ по формуле /5/ рассчитывается P'' ; 4/ по формулам /9/ и /8/ находятся q'' и $\sum_{прег}$.

Следующие этапы связаны с опытом в стабилометре /схема опыта представлена на Рис.6/. Далее: 5/ опыт ведётся при $P \leq P'$ в условиях невозможности бокового расширения вместе с измерением бокового давления, откуда представляется возможным вычислить $\sum_{упр}$ и $\mu_0 = \sum_{упр} / (1 + \sum_{упр})$; 6/ начиная с превышения давления P над P' , то-есть при $P \geq P'$ в опыте также ступенями повышается давление ΔP , но величина Δq , соответствующая давлению P отыскивается по формуле /I3/ или из графика, Рис.6. На каждой ступени образец выдерживается до стабилизации деформаций. По данным опыта вычисляется величина модуля деформации из формулы:

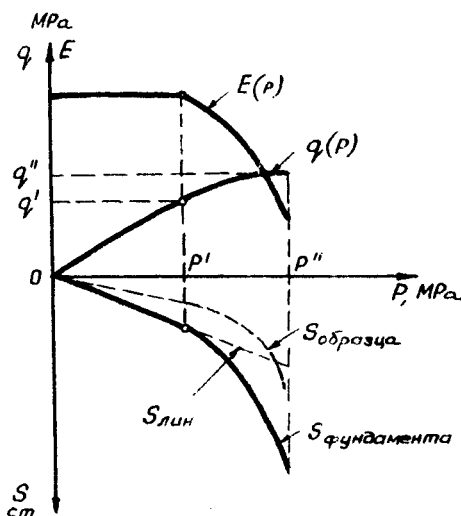


Рис. 6

$$E(p) = \frac{h_{обдп}}{ds} \left(1 - 2 \mu_0 \frac{dq}{dp} \right) \quad /17/$$

где $h_{обдп}$ - высота образца, остальные обозначения прежние. Зная величину модуля деформации, легко рассчитать осадку фундамента. Проводя опыт в точности так, как указано выше, возможно вычислить осадку, используя весьма простое соотношение

$$S = S_{обдп} \frac{h_{экв}}{h_{обдп}} \quad /18/$$

Пример

Рассмотрим квадратный фундамент размерами $1 \times 1 \text{ м}^2$, установленный в котловане без пригрузки по краям. Грунт основания - суглинок с углом внутреннего трения $\varphi = 20^\circ$ и удельным сцеплением $C = 0,05 \text{ МПа}$. Величина P'' устанавливается по формуле /5/ и оказывается при $\gamma = 1,7 \text{ т/м}^3 = 17 \text{ кН/м}^3$ равной $P'' = 0,755 \text{ МПа}$. Соответствующая величина q'' по /9/ равна $q'' = 0,166 \text{ МПа}$ и $\zeta_{прег} = 0,22$. Нагрузка P' подсчитывается по /2/ и равна $P' = 0,283 \text{ МПа}$. При установленной в опыте величине $\zeta_{упр} = 0,43$ имеем по /6/ $\mu_0 = 0,30$. По формуле /12/ при $\omega = 0,88$ находим $h_{экв} = 1,08 \text{ м}$ и по /4/ при $E_0 = 10 \text{ МПа}$ имеем $S' = 2,27 \text{ см}$. Для вычисления S воспользуемся результатами испытаний грунта, выполненных по указанной выше методике, представленными на Рис.7, а, при $h_{обдп} = 10 \text{ см}$. На Рис. 7, в представлен график осадок для фундамента, подсчитанных по формуле /13/. Имеем на нём $S_{лин}$ при $P = P'' = 0,755 \text{ МПа}$ $S_{лин} = 6,06 \text{ см}$. На рис.7, с приведён график модуля деформации $E(p)$, вычисленного по формуле /17/.

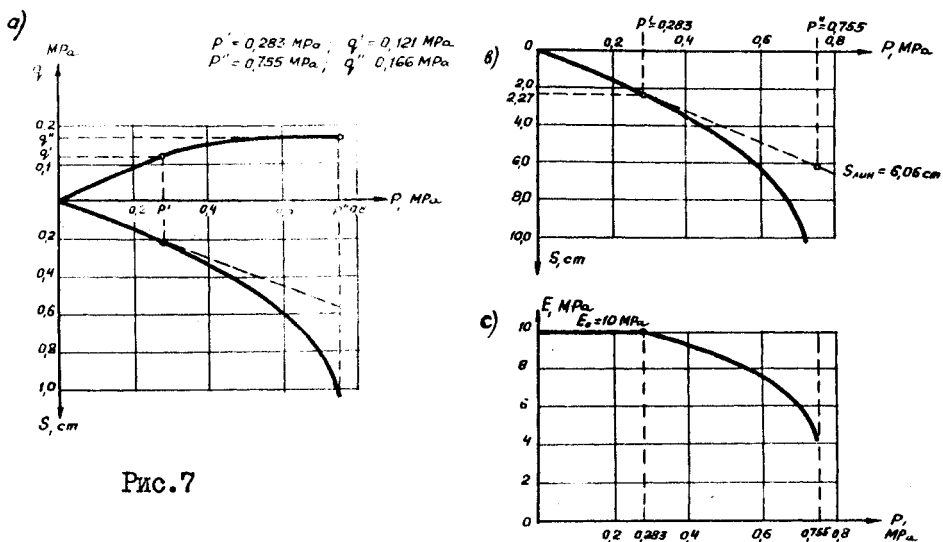


Рис. 7

ЛИТЕРАТУРА

- ЦЫГОВИЧ Н.А., 1963. Механика грунтов. Стройиздат, Москва.
- ШИРОКОВ В.Н., Соломин В.И., Малышев М.В., Зарецкий Ю.К., 1970. Напряжённое состояние и перемещения весомого нелинейно-деформируемого полупространства под жёстким штампом. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № I.
- ФЕДОРОВСКИЙ В.Г., Кагановская С.Е., 1975. Жёсткий штамп на нелинейно деформируемом связном основании. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № I.
- МАЛЫШЕВ М.В., 1975. Образование и развитие пластической области под краем фундамента при различном коэффициенте бокового давления грунта. Журнал "Основания, фундаменты и механика грунтов" № I.
- СОКОЛОВСКИЙ В.В. Статика сыпучей среды. Физматгиз, Москва, 1960
- БЕРЕЗАНЦЕВ В.Г., 1970. Расчёт оснований сооружений. Стройиздат, Ленинград.
- МАЛЫШЕВ М.В., Фёдоров И.В., 1961. Пластические и упругопластические

кие задачи при расчёте оснований. Сборник "Доклады к У Международному конгрессу по механике грунтов и фундаментостроению". Госстройиздат.

МАЛЫШЕВ М.В., Фрадис Э.Д., 1968. Условия прочности песчаных грунтов
Proceedings of the 3-rd Budapest Conference on Soil Mechanics and
Foundation Engineering. Hungarian Academy of Sciences. Budapest.